

6^{ème} assises du plurilinguisme

Cadix – 9-12 novembre 2022

*Questions de grammaire dans les apprentissages
en contexte plurilingue et dans les évaluations :
le cas des mathématiques.*

Viviane Durand-Guerrier,
Université de Montpellier, IMAG, CNRS, UM
viviane.durand-guerrier@umontpellier.fr



Institut Montpelliérain Alexander Grothendieck,
IMAG 5149 UMR CNRS – Université de Montpellier



Au-delà des questions de lexique, qui sont bien réelles en mathématiques, nous nous intéressons dans cette présentation aux questions de grammaire, notamment en ce qui concerne les relations binaires, l'opérateur de négation et la complexité syntaxique de certains énoncés de problèmes.

Plan de la présentation

1. Un exemple en géométrie plane proposé à des lycéens tunisiens
2. Questions grammaticales dans les énoncés des items mathématiques dans les évaluations

Premier exemple : à propos de quadrilatères

Une activité proposée à des élèves de 1^{ère} année secondaire en Tunisie (Ben Kilani, 2005)

Mathématiques enseignées en Arabe de 6 à 15 ans (école de base)

Mathématiques enseignées en Français au lycée (secondaire)

Ben Kilani, I. (2005) *Les effets didactiques des différences de fonctionnement de la négation dans la langue arabe, la langue française et le langage mathématique*. Thèse en co-tutelle, Université Claude Bernard Lyon 1 et Université de Tunis.

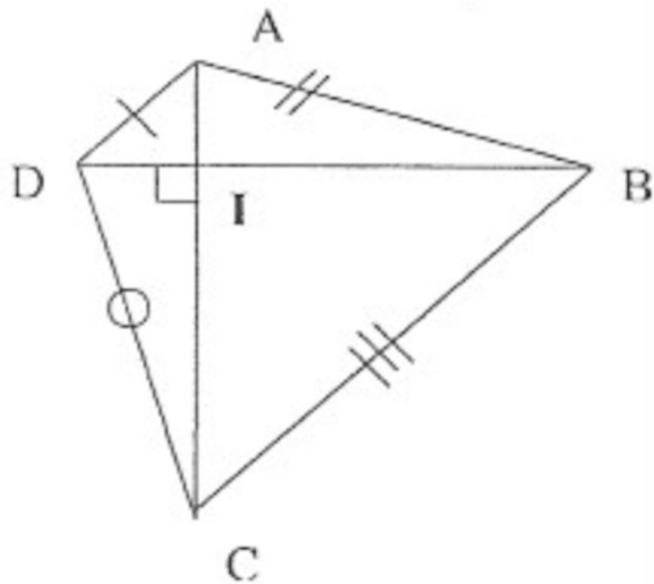


Figure I

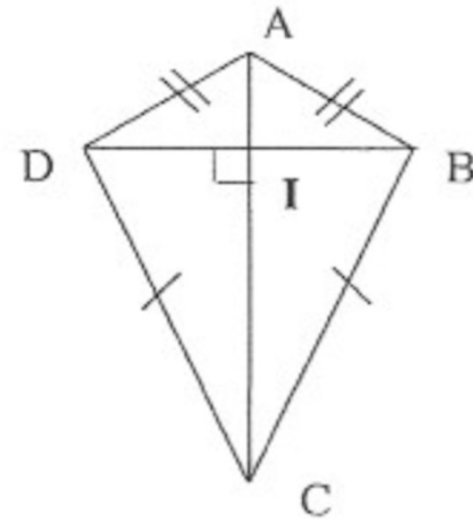


Figure II

Quelle figure représente un quadrilatère dont tous les côtés ne sont pas égaux
 Une activité proposée à des élèves de 1^{ère} année secondaire en Tunisie
 (Thèse d'Imed Ben Kilani, 2005)

Dessiner un quadrilatère dont les côtés ne sont pas égaux
deux à deux (quelle interprétation ?)

Une reformulation possible

Dessiner un quadrilatère tel *qu'il est faux que* les côtés soient deux à deux égaux.

Une relation binaire sous jacente « être égal à », que l'on peut reformuler en « avoir la même longueur que »

Une phrase affirmative associée :

Dessiner un quadrilatère dont les côtés sont égaux ***deux à deux***.

Deux interprétations sont possibles en contexte scolaire en mathématiques.

Dessiner un quadrilatère dont les côtés sont égaux *deux à deux*.

Interprétation 1 - Chaque fois que l'on considère deux côtés, ils sont égaux : $\forall x \forall y S(x, y)$

Tous les losanges (*dont les carrés*) et seuls les losanges répondent à la question.

Interprétation 2 - Chaque fois que l'on considère un côté, on peut trouver un deuxième côté égal au côté initial :

$$(\forall x \exists y (y \neq x \wedge S(x, y)))$$

Les quadrilatères qui satisfont la propriété dans le cas de la première interprétation satisfont la propriété dans le cas de l'interprétation 2.

Les losanges conviennent, ainsi que tous les parallélogrammes et les trapèzes isocèles (*deux cotés opposés de même longueur*), et les cerfs-volants (*deux paires de deux cotés consécutifs de même longueur*) ; ce ne sont pas les seuls quadrilatères satisfaisant cette propriété.

Retour à la consigne initiale : Dessiner un quadrilatère dont les côtés ne sont pas égaux ***deux à deux***

Négation interprétation 1 : il y a au moins deux côtés qui ne sont pas égaux : $\exists x \exists y \neg S(x, y)$

Les quadrilatères qui conviennent sont exactement ceux tels qu'il existe au moins deux cotés de longueurs différentes.

Ce sont tous les quadrilatères qui ne sont pas des losanges, par exemple, les parallélogrammes et les cerfs-volants *autres que les losanges* ; les trapèzes ; ce ne sont pas les seuls quadrilatères satisfaisant cette propriété

Retour à la consigne initiale : Dessiner un quadrilatère dont les côtés ne sont pas égaux ***deux à deux***

Négation interprétation 2 : on peut trouver au moins un côté qui ne soit égal à aucun autre : $\exists x \forall y (y \neq x \vee \neg S(x, y))$

Les quadrilatères qui conviennent sont ceux tels qu'il existe au moins un côté qui n'est égal à aucun autre côté. Par exemple, les trapèzes, ainsi que les quadrilatères dont les quatre côtés ont des mesures différentes. Les parallélogrammes et les cerfs-volants ne conviennent pas

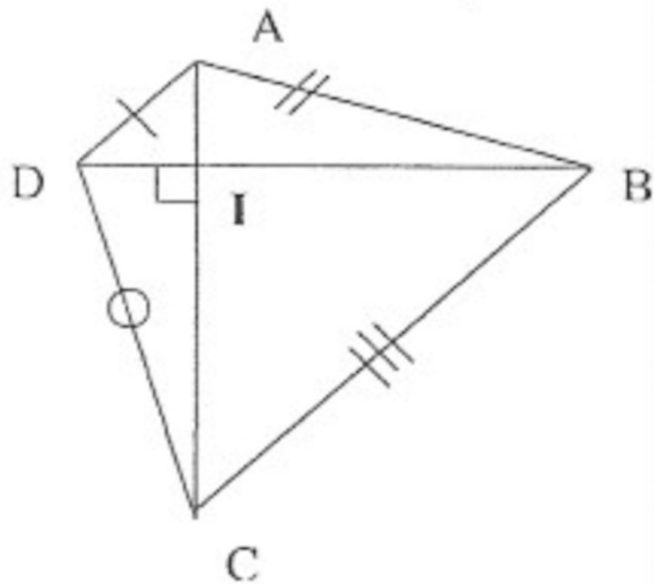


Figure I

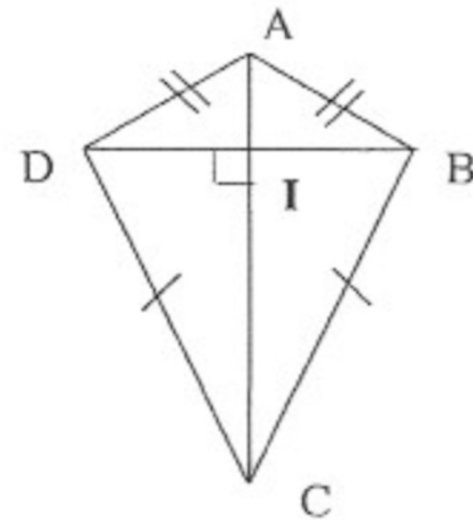


Figure II

Quelle figure représente un quadrilatère dont tous les côtés ne sont pas égaux
 Une activité proposée à des élèves de 1^{ère} année secondaire en Tunisie
 (Thèse d'Imed Ben Kilani, 2005)

Des débats dans les binômes d'élèves, des reformulations par les élèves, parfois via des traductions mot à mot en arabe

Seule la figure 1 convient car :

Tous les côtés sont différents

Les quatre côtés sont différents

Aucun côté n'est égal à l'autre (en arabe)

La figure 2 ne convient pas car :

il existe des côtés qui sont égaux.

La phrase peut avoir deux significations :

Il est faux que tous les cotés soient égaux (en Arabe, *Kollou* en tête de phrase).

Tous les côtés sont non égaux (en Arabe *Kollou* à l'intérieur de la phrase, porte sur le prédicat).

Questions grammaticales

1/ « être égal à : une relation binaire

« ne pas être égal à » : la négation de cette relation binaire

Mettent en jeu deux éléments

2/ Être différents – une relation ou une propriété ?

Etre différent de quoi ?

3/ Quelle portée pour la négation ?

La phrase ? Le prédicat (la relation) ?

Tous les côtés **ne sont pas** égaux (sous entendu deux à deux).

Les côtés **ne sont pas tous** égaux.

Tous les côtés sont **non-égaux**.

- Une ambiguïté *sémantique* inhérente aux relations binaires.
- Choisir une formalisation de l'énoncé (une forme *syntactique*) revient à choisir une interprétation : la formalisation logique permet de lever les ambiguïtés.
- Choisir l'interprétation idoine relève de la dimension *pragmatique*, qui met en jeu le contexte mathématique, les connaissances du sujet relativement à ce contexte, la présence ou non d'un milieu fournissant des rétroactions, la possibilité ou non de se procurer des informations pertinentes etc....

Les deux interprétations sont présentes en mathématiques dans certaines définitions :

- Les faces d'un polyèdre régulier sont **deux à deux** superposables (*interprétation 1*)
- Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés sont parallèles **deux à deux**. (*interprétation 2*)
- Deux triangles sont semblables si et seulement si les angles correspondants sont congrus **deux à deux**. (*interprétation 2*)
- Une partition d'un ensemble E est un ensemble de parties non vides de E **deux à deux** disjointes dont la réunion est égale à E . (*interprétation 1*)

Une ambiguïté sémantique inhérente à la négation en français (Fuchs, 1996)

Comment interpréter la phrase :

Tous les côtés **ne sont pas** égaux (1)

Norme linguistique en Français (*négation sur la phrase*)

Il est faux que tous les côtés soient égaux (2)

Formalisation logique congruente (*négation sur le prédicat*)

Tous les côtés sont **non égaux** (3)

(3) n'est pas la négation de (2).

Fuchs, C. (1996) *les ambiguïtés du français*, collection l'essentiel français, Ophrys.

Une forme négative ambiguë en Français

« Tous les A ne sont pas B »

Selon la norme linguistique, elle s'interprète par

« *Il est faux que* **tous** les A **sont** B » :

Certain (s) A n'est pas (ne sont pas) B ;

Il existe au moins un A qui n'est pas un B .

Elle correspond à la négation de la phrase « **Tous** les A **sont** B »

Cependant, elle est parfois employée pour exprimer

« **Aucun A n'est** un B » (le contraire au sens d'Aristote)

Comme dans les deux exemples suivants.

Deux exemples authentiques

- Pendant les soldes

*Dans ce rayon, **tous** les articles **ne sont pas soldés**.*

Un client demande:

- Pouvez-vous me dire **quels sont les articles qui sont soldés ?**
- Mais voyons Monsieur, **aucun**, comme indiqué sur l'affiche.

Deux jours après, l'annonce a été modifiée.

- A Lyon, un hiver très rude, une annonce des TCL

*Aujourd'hui, **tous** les bus **ne circulent pas**.*

Quelques heures plus tard, modification de l'annonce :

*Aujourd'hui, **aucun** bus **ne circule**.*

Non respect du principe de substitution *salvae veritate*

Exemple

Tous les diviseurs de 12 **sont pairs**. (1)

Cette phrase est fausse ; sa négation (2) est donc vraie

Tous les diviseurs de 12 **ne sont pas pairs**. (2)

Pour les nombres entiers, « ne pas être pair » est équivalent à « être impair » (les deux propriétés sont satisfaites exactement par les mêmes éléments).

En substituant « *sont impairs* » à « *ne sont pas pairs* » dans (2) on obtient :

Tous les diviseurs de 12 **sont impairs**. (3)

Cette phrase est fausse ; ce n'est pas la négation de (1).

Elle n'a pas la même signification que (2).

*Questions grammaticales dans les énoncés des
items mathématiques dans les évaluations*

La nécessité de questionner l'illusion de transparence du langage en classe de mathématique devrait selon nous s'imposer lorsque l'on élabore des épreuves d'évaluation écrites en mathématiques afin de pouvoir s'assurer que les questions langagières ne viennent pas occulter les compétences mathématiques sollicitées dans les épreuves.

Ceci vaut pour les évaluations nationales, et sans doute plus encore pour les évaluations internationales où s'invitent en outre des questions de traduction à partir des langues sources.

*Un exemple de problème complexe extrait d'une
évaluation nationale en fin d'école primaire en France*

Résous le problème.

Un entrepreneur doit expédier 27 colis à un client. Il a deux possibilités pour faire livrer les colis :

- **par bateau**, en mettant tous les colis **dans un container** ;
- **par la route**, en mettant tous les colis **dans un camion**.

Le prix **total** du transport **par bateau** est de 420 euros **par container**, mais il partage le prix pour moitié avec un autre entrepreneur.

Le prix du transport **par camion** est de 8 euros **par colis**.

Quel mode de livraison sera le plus économique ?

Fais tes calculs dans ce cadre.

Réponse :

.....

Quelques commentaires sur le langage

Un entrepreneur doit expédier 27 colis à un client. Il a deux possibilités pour faire livrer les colis :

- **par bateau**, en mettant tous les colis **dans un container**.
 - **par la route**, en mettant tous les colis **dans un camion**.
-
- *Une similitude de forme trompeuse.*
 - Un contexte ambiguë: le transport *par bateau* peut renvoyer à un transport maritime ou fluvial.
 - On a pas d'élément justifiant le partage du prix du transport (on peut faire l'hypothèse qu'il s'agit de partager le container).

Le prix **total** du transport **par bateau** est de 420 euros **par container**, mais il partage le prix pour moitié avec un autre entrepreneur.

Le prix du transport **par camion** est de 8 euros **par colis**.

Quel mode de livraison sera le plus économique ?

- La polysémie de la préposition « par » qui apparaît avec deux significations différentes dans chacune des deux phrases ; une syntaxe complexe.
- L'utilisation de l'expression « prix total » pour le transport par bateau en contradiction avec l'indication du prix par container.
- Le glissement de mode de transport à mode de livraison.

Dans cet item, les difficultés langagières sont nombreuses et susceptibles de faire obstacle à la compréhension des informations données dans l'énoncé.

Les difficultés relatives aux questions de grammaire ne sont pas prises de compte dans les analyses contenues dans le livret du maître.

Or ces difficultés sont susceptibles de conduire à des conclusions erronées sur la capacité des élèves à mettre en œuvre les opérations adéquates dans un problème complexe, notamment lorsque la langue d'instruction n'est pas la langue maternelle ou la langue vernaculaire. (Durand-Guerrier, 2021)

Durand-Guerrier, V. (2021) Le Français dans les évaluations en mathématiques en primaire. N. Auger (Ed.) Enfants gitans à l'école et en famille. D'une analyse des dynamiques langagières en famille aux pratique de classe. ENS Editions

Questions de traduction dans PISA

Check the use of mathematical and scientific terminology.

84. Mathematical and scientific language is far less “universal” than it is often said to be. It is therefore essential for the translation team to include members who are competent in mathematics and science, or for its work to be carefully checked by specialists.

Pisa 2012 Translation and Adaptation Guidelines (p.16)

Conclusion et perspectives

Dans cette présentation, nous avons essayé de mettre en lumière le fait que les difficultés grammaticales liées au français peuvent engendrer des difficultés chez les élèves, qui si elles ne sont pas reconnues par les enseignants, pourraient conduire à un diagnostic erroné sur leurs compétences mathématiques.

Nous faisons l'hypothèse que l'identification de ces difficultés grammaticales potentielles contribuerait à faire des choix raisonnés dans les énoncés des tâches proposées aux élèves, notamment en situation d'évaluation, ceci étant d'autant plus important en contexte plurilingue en raisons des différences grammaticales éventuelles entre la ou les langue(s) parlée(s) par les élèves en dehors de l'école et la langue d'instruction.

Ceci ouvre également un champ de recherche sur ce thème en ce qui concerne les problèmes de traduction des items mathématiques dans les évaluations internationales.

Des travaux à ce sujet ont été conduits en didactique des langues. Voir par exemple

Bart, D., Daunay, B., & Belaid Mhirsi, C. (2018). Les problèmes de traduction dans le PISA : les limites de la standardisation des tests de compréhension. *LIDIL*, 57.

Des recherches pour les items mathématiques devraient être conduites conjointement entre chercheur-e-s en didactique des mathématiques et chercheur-e-s en didactique des langues, en prenant en compte au-delà des questions lexicales, les questions grammaticales.

Quelques référence pour approfondir

Durand-Guerrier V., Dias T., Ben Kilani I. (2006) : Plurilinguisme et apprentissage des mathématiques. *Les langues Modernes 3*, 75-83.

Durand-Guerrier, V. (2016). Négation et quantification dans la classe de mathématiques. René Daval; Pierre Frath; Emilia Hilgert; Silvia Palma. *Négation et référence*, ÉPURE - Éditions et Presses universitaires de Reims, pp.269-288, 2016, Res per nomen, 978-2-37496-021-0. <hal-02539714>

Edmonds-Wathen, C., Trinick, T., & Durand-Guerrier, V. (2016). Impact of differing grammatical structures in mathematics teaching and learning. In R. Barwell, & al. (Eds.), *Mathematics education and linguistic diversity*. (pp. 23-46). New York: Springer.

Durand-Guerrier, V. (2020). The logical analysis of statements. A tool for dealing with ambiguities in multilingual context. *Seventh ERME Topic Conference on Language in the Mathematics Classroom*. Montpellier, France, hal-02970549

Merci pour votre attention
viviane.durand-guerrier@umontpellier.fr